

Prof. Dr. Alfred Toth

Topologie der Peirce-Zahlen II

1. Die Peircezahlen wurden in Toth (2011) in die mathematische Semiotik eingeführt. Bense (1981, S. 17 ff.) sprach von “Primzeichen” oder “Zeichenzahlen”. Danach wird ein Subzeichen der allgemeinen Form

$$S = (x.y)$$

durch kartesische Produktbildung aus einer triadischen Peircezahl

$$P_{td} = (x.)$$

und einer trichotomischen Peircezahl

$$P_{tt} = (.y)$$

vermöge

$$S = (x.) \times (.y)$$

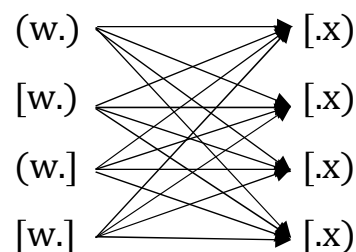
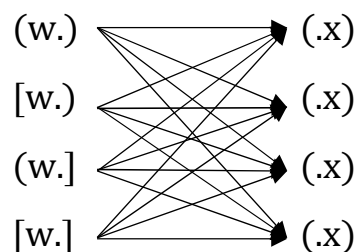
gebildet.

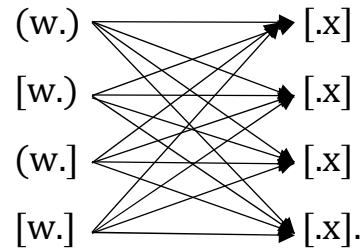
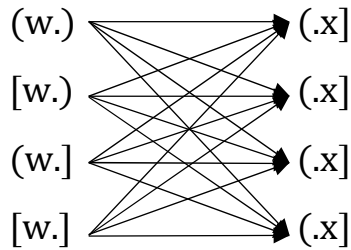
2. Wie jede semiotische Relation offen, halboffen oder abgeschlossen sein kann (vgl. Toth 2019a), so kann nach Toth (2019b) auch jede Peircezahl in dreifachem topologischem Abschluß erscheinen

$$P_{td} = ((x.), [x.], (x.), [x.])$$

$$P_{tt} = ((.y), [.y], (.y), [.y]).$$

Diese je vier topologischen Öffnungsgrade von Peircezahlen können wir also durch folgende Abbildungen zu Subzeichen kombinieren





Damit erhalten wir 64 Subzeichen der Form (w.x). Diese müssen wegen der Definition des dyadisch-trichotomischen Zeichens

$$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$$

zu 64 mal 64 = 4096 Paaren von Subzeichen kombiniert werden.

3. Diese 4096 Paare von Subzeichen gehen aber nun in eine semiotische Relation ein, die selbst wieder offen, halboffen oder abgeschlossen sein kann. Hier gibt es nach Toth (2019a) 36 Möglichkeiten

(1.1, 2.1)	(1.1, 2.1]	[1.1, 2.1)	[1.1, 2.1]
(1.1, 2.2)	(1.1, 2.2]	[1.1, 2.2)	[1.1, 2.2]
(1.1, 2.3)	(1.1, 2.3]	[1.1, 2.3)	[1.1, 2.3]
(1.2, 2.1)	(1.2, 2.1]	[1.2, 2.1)	[1.2, 2.1]
(1.2, 2.2)	(1.2, 2.2]	[1.2, 2.2)	[1.2, 2.2]
(1.2, 2.3)	(1.2, 2.3]	[1.2, 2.3)	[1.2, 2.3]
(1.3, 2.1)	(1.3, 2.1]	[1.3, 2.1)	[1.3, 2.1]
(1.3, 2.2)	(1.3, 2.2]	[1.3, 2.2)	[1.3, 2.2]
(1.3, 2.3)	(1.3, 2.3]	[1.3, 2.3)	[1.3, 2.3].

Beschränkt man sich auf diese Möglichkeiten, so ergibt sich ein Total von 36 mal 4096 = 147456 semiotischen Relationen. Unter diesen sind hingegen die in Toth (2019c) behandelten Einbettungsrelationen noch nicht berücksichtigt. Da jede $ZR^{2,3}$ -Relation als Sextupel darstellbar ist, ergeben sich 6 mal 36 = 216 Möglichkeiten

(1.1, 2.1)	((1.1), 2.1)	(1.1, (2.1))	((2.1), 1.1)	(2.1, (1.1))	((2.1), 1.1))
(1.1, 2.1]	((1.1), 2.1]	(1.1, (2.1)]	((2.1), 1.1]	(2.1, (1.1)]	((1.1, 2.1))

$[1.1, 2.1)$	$[(1.1), 2.1)$	$[1.1, (2.1))$	$[(2.1), 1.1)$	$[2.1, (1.1))$	$[(1.1, 2.1))$
$[1.1, 2.1]$	$[(1.1), 2.1]$	$[1.1, (2.1)]$	$[(2.1), 1.1]$	$[2.1, (1.1)]$	$[(1.1, 2.1)]$
$(1.1, 2.2)$	$((1.1), 2.2)$	$(1.1, (2.2))$	$((2.2), 1.1)$	$(2.2, (1.1))$	$((1.1, 2.2))$
$(1.1, 2.2]$	$((1.1), 2.2]$	$(1.1, (2.2)]$	$((2.2), 1.1]$	$(2.2, (1.1)]$	$((1.1, 2.2)]$
$[1.1, 2.2)$	$[(1.1), 2.2)$	$[1.1, (2.2))$	$[(2.2), 1.1)$	$[2.2, (1.1))$	$[(1.1, 2.2))$
$[1.1, 2.2]$	$[(1.1), 2.2]$	$[1.1, (2.2)]$	$[(2.2), 1.1]$	$[2.2, (1.1)]$	$[(1.1, 2.2)]$
$(1.1, 2.3)$	$((1.1), 2.3)$	$(1.1, (2.3))$	$((2.3), 1.1)$	$(2.3, (1.1))$	$((1.1, 2.3))$
$(1.1, 2.3]$	$((1.1), 2.3]$	$(1.1, (2.3)]$	$((2.3), 1.1]$	$(2.3, (1.1)]$	$((1.1, 2.3)]$
$[1.1, 2.3)$	$[(1.1), 2.3)$	$[1.1, (2.3))$	$[(2.3), 1.1)$	$[2.3, (1.1))$	$[(1.1, 2.3))$
$[1.1, 2.3]$	$[(1.1), 2.3]$	$[1.1, (2.3)]$	$[(2.3), 1.1]$	$[2.3, (1.1)]$	$[(1.1, 2.3)]$
$(1.2, 2.1)$	$((1.2), 2.1)$	$(1.2, (2.1))$	$((2.1), 1.2)$	$(2.1, (1.2))$	$((1.2, 2.1))$
$(1.2, 2.1]$	$((1.2), 2.1]$	$(1.2, (2.1)]$	$((2.1), 1.2]$	$(2.1, (1.2)]$	$((1.2, 2.1)]$
$[1.2, 2.1)$	$[(1.2), 2.1)$	$[1.2, (2.1))$	$[(2.1), 1.2)$	$[2.1, (1.2))$	$[(1.2, 2.1))$
$[1.2, 2.1]$	$[(1.2), 2.1]$	$[1.2, (2.1)]$	$[(2.1), 1.2]$	$[2.1, (1.2)]$	$[(1.2, 2.1)]$
$(1.2, 2.2)$	$((1.2), 2.2)$	$(1.2, (2.2))$	$((2.2), 1.2)$	$(2.2, (1.2))$	$((1.2, 2.2))$
$(1.2, 2.2]$	$((1.2), 2.2]$	$(1.2, (2.2)]$	$((1.2), 2.2]$	$(1.2, (2.2)]$	$((1.2, 2.2)]$
$[1.2, 2.2)$	$[(1.2), 2.2)$	$[1.2, (2.2))$	$[(2.2), 1.2)$	$[2.2, (1.2))$	$[(1.2, 2.2))$
$[1.2, 2.2]$	$[(1.2), 2.2]$	$[1.2, (2.2)]$	$[(2.2), 1.2]$	$[2.2, (1.2)]$	$[(1.2, 2.2)]$
$(1.2, 2.3)$	$((1.2), 2.3)$	$(1.2, (2.3))$	$((2.3), 1.2)$	$(2.3, (1.2))$	$((1.2, 2.3))$
$(1.2, 2.3]$	$((1.2), 2.3]$	$(1.2, (2.3)]$	$((2.3), 1.2]$	$(2.3, (1.2)]$	$((1.2, 2.3)]$
$[1.2, 2.3)$	$[(1.2), 2.3)$	$[1.2, (2.3))$	$[(2.3), 1.2)$	$[2.3, (1.2))$	$[(1.2, 2.3))$
$[1.2, 2.3]$	$[(1.2), 2.3]$	$[1.2, (2.3)]$	$[(2.3), 1.2]$	$[2.3, (1.2)]$	$[(1.2, 2.3)]$
$(1.3, 2.1)$	$((1.3), 2.1)$	$(1.3, (2.1))$	$((2.1), 1.3)$	$(2.1, (1.3))$	$((1.3, 2.1))$
$(1.3, 2.1]$	$((1.3), 2.1]$	$(1.3, (2.1)]$	$((2.1), 1.3]$	$(2.1, (1.3)]$	$((1.3, 2.1)]$
$[1.3, 2.1)$	$[(1.3), 2.1)$	$[1.3, (2.1))$	$[(2.1), 1.3)$	$[2.1, (1.3))$	$[(1.3, 2.1))$

[1.3, 2.1]	[(1.3), 2.1]	[1.3, (2.1)]	[(2.1), 1.3]	[2.1, (1.3)]	[(1.3, 2.1)]
(1.3, 2.2)	((1.3), 2.2)	(1.3, (2.2))	((2.2), 1.3)	(2.2, (1.3))	((1.3, 2.2))
(1.3, 2.2]	((1.3), 2.2]	(1.3, (2.2)]	((2.2), 1.3]	(2.2, (1.3)]	((1.3, 2.2)]
[1.3, 2.2)	[(1.3), 2.2)	[1.3, (2.2))	[(2.2), 1.3)	[2.2, (1.3))	[(1.3, 2.2))
[1.3, 2.2]	[(1.3), 2.2]	[1.3, (2.2)]	[(2.2), 1.3]	[2.2, (1.3)]	[(1.3, 2.2)]
(1.3, 2.3)	((1.3), 2.3)	(1.3, (2.3))	((2.3), 1.3)	(2.3, (1.3))	((1.3, 2.3))
(1.3, 2.3]	((1.3), 2.3]	(1.3, (2.3)]	((2.3), 1.3]	(2.3, (1.3)]	((1.3, 2.3)]
[1.3, 2.3)	[(1.3), 2.3)	[1.3, (2.3))	[(2.3), 1.3)	[2.3, (1.3))	[(1.3, 2.3))
[1.3, 2.3]	[(1.3), 2.3]	[1.3, (2.3)]	[(2.3), 1.3]	[2.3, (1.3)]	[(1.3, 2.3)].

Kombiniert man nun diese 216 Einbettungsrelationen mit den topologisch differenzierten Peircezahlen, so ergibt sich ein Gesamttotal von nicht weniger als $216 \text{ mal } 4096 = 884\,736$ topologischen semiotischen dyadisch-trichotomischen Relationen – also eine ungleich höhere Anzahl semiotischer Fundierungsrelationen als die 10 Zeichenklassen der peirce-benseschen Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Topologie der Peirce-Zahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Ein Sextupel topologischer semiotischer Relationen als Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

23.3.2019